26.12.23 математика 12у Тема:
Тема: «Параллельность в пространстве»

Практическая работа 1.

Параллельность прямых в пространстве

1. Если прямая имеет с плоскостью две общие точки, то эта прямая …

2. Две прямые на плоскости называются параллельными, если …

3. Две прямые в пространстве не параллельны, если …

4. Два отрезка называются параллельными, если …

5. В пространстве даны три параллельные между собой прямые, не лежащие в одной плоскости. Тогда через различные пары этих прямых можно провести … плоскостей.

6. Запишите в правильной 4-угольнойой пирамиде $SABCD$ все пары параллельных ребер.

7. В плоскости двух параллельных прямых a и b дана точка C, не принадлежащая этим прямым. Через точку C проведена прямая c. Как может быть расположена прямая c относительно прямых a и b.

8. Через точку, не принадлежащую данной прямой, проведите прямую, параллельную данной.

9. Найдите геометрическое место прямых, пересекающих две данные параллельные прямые.

Практическая работа № 2.

Параллельность прямой и плоскости.

1. Если прямая не имеет с плоскостью ни одной общей точки, то …

2. Прямая пересекает плоскость, если …

3. Если плоскость проходит через прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает ее, то …

4. Если три вершины параллелограмма принадлежат некоторой плоскости, то четвертая вершина … этой плоскости.

5. Ребро многогранника параллельно его грани, если оно …

6. Запишите ребра, параллельные плоскости грани CC_1D_1D правильной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$.

7. Прямая *a* параллельна плоскости а; прямая *b* пересекает плоскость а в точке *B*; прямая *c*, пересекающая прямые *a* и *b* соответственно в точках *E* и *F*, пересекает плоскость а в точке *C*. Сделайте рисунок. Как могут располагаться относительно друг друга прямые *a* и *b*?

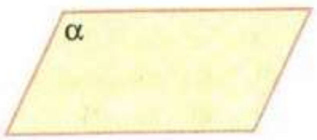
8. Плоскости а и b пересекаются по прямой *c*. Точка *A* принадлежит плоскости а, точка *B* – плоскости b. Постройте: а) прямую *a*, лежащую в плоскости а, проходящую через точку *A* и параллельную плоскости b; б) прямую *b*, лежащую в плоскости b, проходящую через точку *B* и параллельную плоскости а. Как будут располагаться относительно друг друга прямые *a* и *b*?

9. Точки *A* и *B* принадлежат смежным боковым граням пирамиды. Проведите в этих гранях через данные точки два отрезка, параллельные между собой.

Для ответа на вопросы используем конспект.

Обозначения в стереометрии:

Точки обозначаются заглавными буквами латинского алфавита: A, B, C…
Прямые обозначаются маленькими буквами латинского алфавита: a, b, c…
Плоскости обозначают маленькими буквами греческого алфавита: α, β, γ… и изображают в виде параллелограмма:



В геометрии применяют знаки:

Принадлежность Параллельность Перпендикулярность	∈ ‖ ⊥	Скрещивающиеся Пересечение	∸ ∩

Аксиомы стереометрии:

1. Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит единственная плоскость.
2. Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.
3. Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

Следствия из аксиом стереометрии:

- **Сл. 1.** Через прямую и не лежащую на ней точку проходит единственная плоскость.
- **Сл. 2.** Через две пересекающиеся прямые проходит единственная плоскость.
- **Сл. 3.** Через две параллельные прямые проходит единственная плоскость.

Определение1: две прямые в пространстве называются **параллельными**, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются. Если прямые *a* и *b*, либо *AB* и *CD* параллельны, то пишут:

$$a \parallel b \qquad AB \parallel CD$$

- **Теорема 1.** Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит единственная прямая, параллельная данной прямой.
- **Теорема 2** (признак параллельности прямых). Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны между собой.
- **Теорема 3 (обратная теореме 2)** Если одна из двух параллельных прямых параллельна третьей прямой, то вторая тоже параллельна третьей прямой.
- **Теорема 4** Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость.

Возможны три случая взаимного расположения прямой и плоскости в стереометрии:

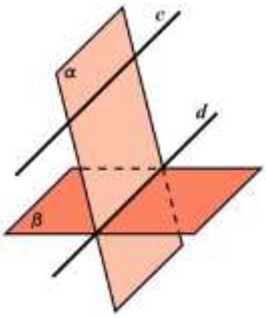
- Прямая лежит в плоскости (каждая точка прямой лежит в плоскости).
- Прямая и плоскость пересекаются (имеют единственную общую точку).
- Прямая и плоскость не имеют ни одной общей точки.

Определение2: Прямая и плоскость называются **параллельными**, если они не имеют общих точек. Если прямая *a* параллельна плоскости *β*, то пишут:

$$a \parallel \beta$$

- **Теорема 5** (признак параллельности прямой и плоскости). Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости.

- **Теорема 6** Если плоскость (на рисунке – *α*) проходит через прямую (на рисунке – *c*), параллельную другой плоскости (на рисунке – *β*), и пересекает эту плоскость, то линия пересечения плоскостей (на рисунке – *d*) параллельна данной прямой:



$$d \parallel c$$

Если две различные прямые лежат в одной плоскости, то они либо пересекаются, либо параллельны. Однако, в пространстве (т.е. в стереометрии) возможен и третий случай, когда не существует плоскости, в которой лежат две прямые (при этом они и не пересекаются, и не параллельны).

Определение3: Две прямые называются **скрещивающимися**, если не существует плоскости, в которой они обе лежат.

- **Теорема 7** (признак скрещивающихся прямых). Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не принадлежащей первой прямой, то эти прямые скрещивающиеся.
- **Теорема 8** Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит единственная плоскость, параллельная другой прямой.

Определение 4: Пусть *a* и *b* – две скрещивающиеся прямые. Возьмем произвольную точку *O* на одной из них (в нашем случае, на прямой *b*) и проведем через неё прямую параллельную другой из них (в нашем случае a_1 параллельна *a*). **Углом между скрещивающимися прямыми** *a* и *b* называется угол между построенной прямой и прямой, содержащей точку *O* (в нашем случае это угол *β* между прямыми a_1 и *b*).

Определение5: Две прямые называются **взаимно перпендикулярными** (перпендикулярными), если угол между ними равен 90°. Перпендикулярными могут быть как скрещивающиеся прямые, так и прямые лежащие и пересекающиеся в одной плоскости. Если прямая a перпендикулярна прямой b, то пишут:

$$a \perp b$$

Определение6: Две плоскости называются **параллельными**, если они не пересекаются, т.е. не имеют общих точек. Если две плоскости α и β параллельны, то, как обычно, пишут:

$$\alpha \parallel \beta$$

- **Теорема 9** (признак параллельности плоскостей). Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.
- **Теорема10** (о свойстве противолежащих граней параллелепипеда). Противолежащие грани параллелепипеда лежат в параллельных плоскостях.
- **Теорема 11** (о прямых пересечения двух параллельных плоскостей третьей плоскостью). Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то прямые их пересечения параллельны между собой.
- **Теорема 12** Отрезки параллельных прямых, расположенные между параллельными плоскостями, равны.
- **Теорема 13** (о существовании единственной плоскости, параллельной данной плоскости и проходящей через точку вне ее). Через точку, не лежащую в данной плоскости, проходит единственная плоскость, параллельная данной.